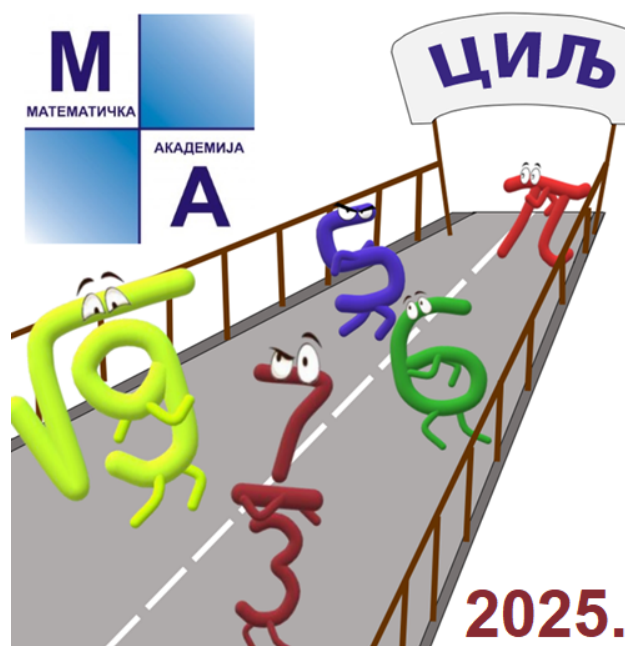


МАТЕМАТИЧКА АКАДЕМИЈА

МАТЕМАТИЧКИ МАРАТОН



ПРОПОЗИЦИЈЕ

Математички маратон је такмичење из математике намењено ученицима од петог до осмог разреда основних школа који воле математику и изазове решавања занимљивих задатака.

Циљ Математичког маратона је имати **најдужи низ узастопних тачно решених задатака**.

Такмичари решавају највише 60 задатака током једног дана и то по разредима који похађају:

- 5. разред од 1. до 30. задатка;
- 6. разред од 1. до 40. задатка;
- 7. разред од 1. до 50. задатка;
- 8. разред од 1. до 60. задатка.

Решење сваког задатка је један цео број и тај податак се уписује у електронски формулар.

Први критеријум за прављење ранг листе такмичара је дужина најдужег низа узастопних тачних одговора. Следећи критеријум (у случају деобе места) је укупан број тачно решених задатака.

По 10 најуспешнијих такмичара сваког разреда пласираће се у финале Математичког маратона.

18. ЈАНУАР 2025.

ЗАДАЦИ

1. Израчунати вредност израза $2 \cdot 0 \cdot 2 + 5 - 20 : 2 : 5$.
2. На основу датих података одредити колико вреде две јагоде.

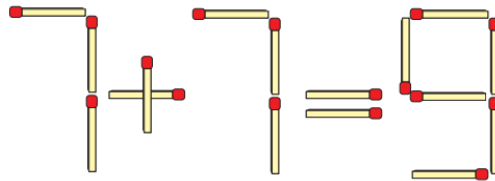
$$\begin{array}{rcl}
 \text{јагода} + \text{јагода} + \text{јагода} + \text{јагода} & = & 200 \\
 \text{јагода} + \text{јагода} + \text{јабучица} + \text{јабучица} & = & 140 \\
 \text{јабучица} + \text{јабучица} + \text{јабучица} & = & 87
 \end{array}$$

3. Наставник је на табли записао шест троцифрених бројева, поређавши их од најмањег до највећег. Затим је неке цифре заменио симболима, тако да су уместо истих симбола исте, а уместо различитих различите цифре:

$$135, \star 3 \diamond, 3 \star 1, \diamond 10, \diamond \diamond 1, 53 \star.$$

Ученици су затим добили задатак да на основу тог низа израчунају вредност израза $(\star + \diamond + 9) : (\diamond - 1)$. Шта је тачан одговор?

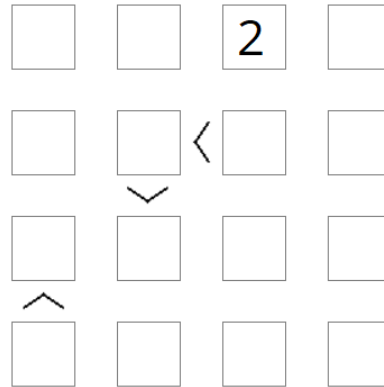
4. Колико најмање палидрваца треба преместити да се добије тачна једнакост?



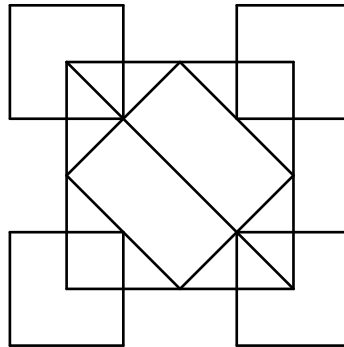
5. Збир три различита природна броја једнак је 2025. Колики је највећи могући од тих сабирака?
6. На једном такмичењу у пливању Лаза је био девети, а Милан двадесетпрви. Колико пливача је било пласирано између њих двојице?
7. Нека је A скуп свих слова речи НОВИ ПАЗАР, B скуп свих слова речи НОВИ САД и C скуп свих слова речи КРАЉЕВО. Колико елемената има скуп $(A \setminus B) \cup (C \setminus B)$?
8. Одредити осми члан низа: 3, 4, 8, 13, 22, 36, 59, ?
9. Одреди најмањи троцифрен природан број који при дељењу са 7 даје остатак 6.
10. У једној групи је укупно 74 ученика. Ако се њих 39 такмичи из физике, а 48 из математике, колики је најмањи могући број оних који се такмиче из оба предмета?
11. Колики је најмањи могући збир два троцифрена природна броја чије су све цифре различите и не постоји цифра коју садрже оба броја?
12. Дати табелу треба попунити природним бројевима тако да зборови свака три броја у реду, колони или дијагонали буду међусобно једнаки (магични квадрат). Који број треба уписати уместо x ?

20	25	45
x		

13. У сваком реду и свакој колони треба уписати различите бројеве од 1 до 4. Знаци неједнакости између појединих поља одређују однос бројева у њима. Колики је збир бројева које треба уписати у четири централна поља?



14. Девет цифара 7 написано је у низ једна поред друге, а онда је између њих на свако од осам места стављен по један од знакова рачунских операција: $+$, \cdot или $:$ и притом, заграде нису коришћене. Вредност добијеног израза је 107. Колико пута је употребљен знак $+$?
15. Скупови A и B садрже само природне бројеве. Збир свих елемената скупа A једнак је 30, а збир свих елемената скупа B једнак је 47. Ако је $A \cap B = \{13, 14\}$ и a је најмањи могући елемент скупа A , а b је највећи могући елемент скупа B , колико је $b - a$?
16. У Перином дворишту има неколико пилића, зечева и јарића. Број зечева једнак је броју јарића, а број пилића је три пута већи од броја јарића. Ако све те животиње имају укупно 308 ногу, колико у његовом дворишту има јарића?
17. Нека је a број троуглова и b број квадрата који се могу уочити на наредној слици.



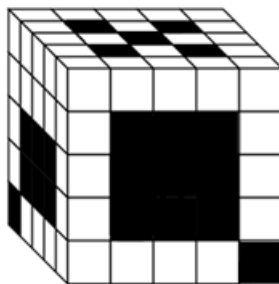
Колико је $a + b$?

18. Одредити разлику збира свих двоцифрених природних садржалаца броја 24 и збира свих природних делилаца броја 36.
19. Двоцифрен природан број \overline{ab} дељив је бројем 7, а број \overline{ba} је прост. Колико има таквих бројева \overline{ab} ?
20. Компјутерски програм исписује, без размака, природне бројеве редом од 1 па надаље. Која цифра ће се одштампати као 2025. по реду?
21. Ако се дужине свих страница правоугаоника повећају за по 2 cm, онда се површина тог правоугаоника повећа за 36 cm^2 . Колики је обим полазног правоугаоника, изражен у сантиметрима?

22. Поља дате математичке укрштенице (КАКУРО) треба попунити једноцифреним природним бројевима тако да у сваком реду и колони буду различити бројеви и да број на почетку реда или колоне (у сивом пољу) означава збир записаних бројева у том реду. Колики је збир бројева у четири обојена централна поља попуњене укрштенице?

7	21			
11			9	19
15				
24		7		
		6		

23. За различите прсте бројеве p, q и r важи $300p + 400q + r = 1717$. Колико је $p + q + r$?
24. Одредити најмањи природан број $n > 210$ који је дељив са истим простим бројевима као и број 210.
25. Сваки од бројева 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9 уписан је у по једно поље табеле 3×3 тако да су, гледано слева на десно, у њеним редовима записана три троцифрена броја дељива са 6. Колика је највећа могућа вредност једног од тих бројева?
26. Одредити најмањи троцифрен природан број \overline{ABC} чији је збир цифара једнак \overline{AB} , а збир цифара броја \overline{AB} једнак је C . (Различитим словима одговарају различите, а истим словима исте цифре.)
27. На једној екскурзији било је укупно 168 ђака. Дечаци су били смештени у трокреветне, а девојчице у двокреветне собе. Ако је попуњено 19 двокреветних соба више него трокреветних, колико је на тој екскурзији било дечака?
28. На слици је приказана коцка $5 \times 5 \times 5$ састављена од 125 мањих једнаких коцкица. У целом реду коцкица (њих 5 у низу) и на чијем почетку је црна коцкица (која се види на слици), за све коцкице које се не виде на слици важи да су црне. Све остале коцкице су беле. Колико има црних коцкица у склопу велике коцке?

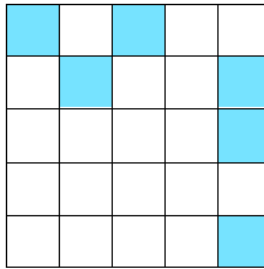


29. Од 42 коцке чија је ивица дужине 1 cm направљен је квадар највеће могуће површине $P \text{ cm}^2$. Одредити P .
30. Колико има производа $258 \cdot \overline{4a0b}$ дељивих бројем 45? (a и b су цифре)

31. У математичком ребусу
$$+ \begin{array}{cccc} A & B & C & D \\ E & F & G & \\ \hline 2 & 0 & 2 & 5 \end{array}$$
 постоји више решења, таквих да различитим словима одговарају различите цифре. Колика је највећа могућа вредност троцифреног броја \overline{EFG} ?

32. Одредити вредност израза $|3 - 6 \cdot 3,\overline{3} - |9 \cdot 2,\overline{6} - 25||$. ($3,\overline{3} = 3,333\dots$, $2,\overline{6} = 2,666\dots$)

33. Колико још најмање квадратића треба обојити, на делу квадратне мреже на слици, тако да се добије осносиметрична фигура?



34. Ако је $a = 1 - 2 + 3 - 4 + \dots - 2024 + 2025$ и $b = 1 - 10 + 15 - 20 + 25 - \dots - 2020 + 2025$, колико је $a + b + 1$?

35. Ако је $|x| = 20$, $|y| = 25$, $|x| > y$ и $|xy| = x \cdot y$, колико је $4xy - y$?

36. Колико има неподударних троуглова којима су мерни бројеви дужина страница природни и две странице имају дужине 8 и 16?

37. Колико цифара има најмањи природан број који се пише само цифрама 2 и 7 и дељив је са 72?

38. \overline{ab} и \overline{ba} су двоцифрени природни бројеви такви да је $\overline{ba} - \overline{ab} = 36$. Колико има таквих бројева \overline{ab} ?

39. Одредити колики је највећи могући број различитих троцифрених природних бројева чији је збир једнак 2025.

40. Нека су a и b узајамно прости природни бројеви такви да је $0,242424\dots = 0,\overline{24} = \frac{a}{b}$. Колико је $a + b$?

41. Дужине основица правоуглог трапеза су 20 и 24. Ако је један од унутрашњих углова тог трапеза три пута већи од другог, колика је његова површина?

42. Колики је збир цифара броја $10^{2025} + 10^{2024} - 10^{2023}$?

43. Колико има целих бројева између $1 - 2\sqrt{18}$ и $\sqrt{48}$?

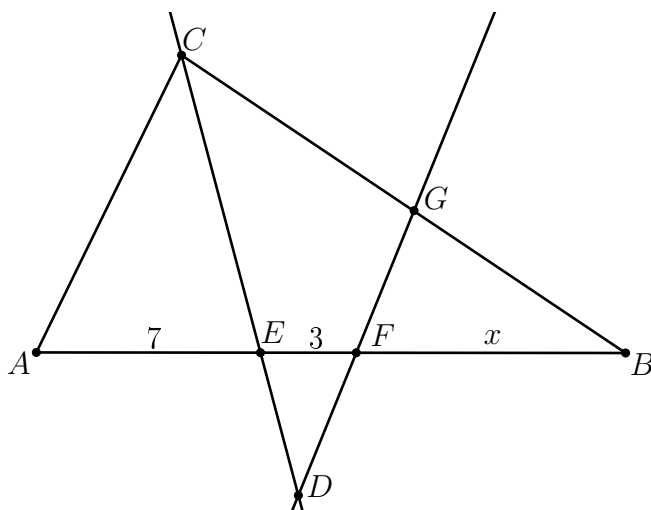
44. Цена компјутера је најпре смањена за 10%, па након месец дана за још 20%. Ако је потом још једном компјутер акцијски појефтинио за 50%, за колико процената је актуелна цена мања од почетне?

45. Са колико цифара у декадном запису се пише број 300^9 ?

46. Нека је ABC оштроугли троугао чија је површина једнака 1000 cm^2 . Нека је D средиште странице AB и E средиште странице BC , колика је површина троугла DEC ?

47. Ако је $\frac{x + 3y}{y} = 5$, колико је $\frac{10y}{x}$?

48. Шест радника сазидало је три куће за четири месеца. Колико још радника треба да им се придружи, па да радећи истим темпом, сазидају још четири куће за наредних месец дана?
49. Колико има простих бројева n за које је број $5^n + n^5 + 2$ такође прост?
50. Конвексан четвороугао $ABCD$ је такав да је $BC = CD$, $BC \perp CD$ и $CA \perp AB$. Ако је $AC = 63$ и $AD = 65$, одредити дужину странице AB .
51. Нека су a и b реални бројеви за које линеарна једначина $\frac{3a - 12}{7}x = 3 - \frac{b}{2}$ има више од једног решења. Колико је $a \cdot b$?
52. Колико целих бројева x припада скупу решења неједначине $(x^2 - 9)(x^2 + 1) \leq 0$?
53. Колико најмање ивица коцке треба обојити тако да свака страна коцке садржи бар две обојене ивице?
54. На једном математичком такмичењу просечан број поена дечака био је 52, а просечан број поена девојчица је 42. Просечан број поена свих такмичара је био 50. Колики проценат такмичара чине дечаци?
55. На основу података са слике одредити колико је $2x$, ако је $DG \parallel AC$ и $DF = FG$.



56. На располагању су терезије без тегова и 9 наизглед једнаких жетона, међу којима је један лакши од осталих. Са колико најмање мерења на терезијама се може утврдити који од жетона је лакши од осталих?
57. Одредити најмањи природан број који има тачно 30 делилаца.
58. Колико има природних бројева n таквих да је број $\frac{n^2 + 2n + 2026}{n + 1}$ такође природан?
59. Одредити најмањи природан број n такав да је број $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n - 1) \cdot n$ дељив бројем 2025^3 .
60. Збир x узастопних природних бројева, где је $x > 2$, једнак је 1000. Колико таквих различитих бројева x постоји?