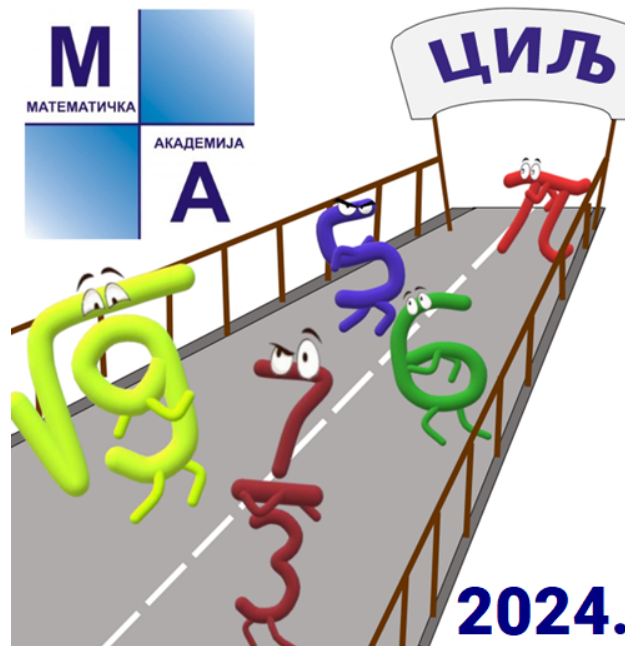


МАТЕМАТИЧКА АКАДЕМИЈА

# МАТЕМАТИЧКИ МАРАТОН



## ПРОПОЗИЦИЈЕ

**Математички маратон** је такмичење из математике намењено ученицима од петог до осмог разреда основних школа који воле математику и изазове решавања занимљивих задатака.

**Циљ** Математичког маратона је имати **најдужи низ узастопних тачно решених задатака**.

Такмичари решавају највише 60 задатака током једног дана и то по разредима који похађају:

- 5. разред од 1. до 30. задатка
- 6. разред од 1. до 40. задатка
- 7. разред до 1. до 50. задатка
- 8. разред до 1. до 60. задатка

Решење сваког задатка је један цео број и тај податак се уписује у електронски формулар.

Први критеријум за прављење ранг листе такмичара је дужина најдужег низа узастопних тачних одговора. Следећи критеријум (у случају деобе места) је укупан број тачно решених задатака.

По 10 најуспешнијих такмичара сваког разреда пласираће се у финале Математичког маратона.

**19. ЈАНУАР 2024.**

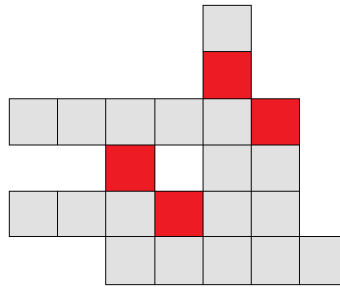
## ЗАДАЦИ

1. Одредити збир десет најмањих различитих двоцифрених простих бројева.
2. На колико највише делова четири праве могу поделити раван?
3. Дат је математички ребус у коме истим словима одговарају исте, а различитим различите цифре:

$$\begin{array}{r} A \quad A \quad A \\ B \quad A \quad A \\ + \quad B \quad B \quad A \\ \hline 7 \quad 0 \quad 2 \end{array}$$

Колико је  $A \cdot B$ ?

4. У дату шему уписати бројеве: 2024, 5090, 49905, 102589, 782605 и 740789, тако да у сваком обојеном пољу буде једна цифра и да се дати бројеви могу прочитати с лева на десно или одозго на доле.



Колики је збир цифара које треба уписати у црвена поља?

5. Колико има разломака  $\frac{1}{x}$ , који су мањи од  $\frac{1}{3}$  и именилац им је једноцифрен природан број?
6. Одредити природан број  $x$  такав да је  $1000 \text{ mm}^2 + x \text{ cm}^2 = \frac{1}{100} \text{ m}^2$ .
7. Колико има шестоцифрених бројева  $\overline{20a34b}$  који су дељиви са 5 и све цифре су им различите?
8. На једној великој табли је записана 2024-словна реч

МАТЕМАТИКАМАТЕМАТИКАМАТЕМАТИКА...МАТЕМАТИКАМАТЕ.

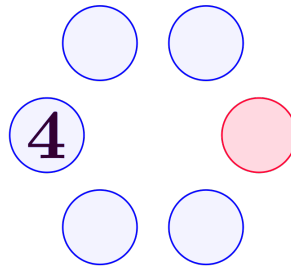
Колико пута је записано слово М?

9. Одредити најмањи петоцифрен природан број код кога је свака цифра, почев од треће гледано с лева на десно, већа од збира претходних цифара.
10. Која је цифра десетица највећег троцифреног палиндрома (броја који се исто чита и слева и здесна) чији је збир цифара једнак 17?
11. У непровидној кутији је по 10 плавих, црвених, зелених и жутих чарапа. Колико је најмање потребно извући чарапа, без гледања, тако да међу извученим са сигурношћу буду пар плавих и пар црвених чарапа?

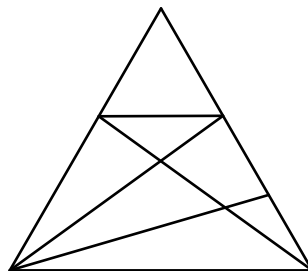
12. На слици је приказан правоугаоник састављен од седам мањих правоугаоника једнаких димензија. Ако је обим великог правоугаоника једнак 66 cm, колика је површина једног мањег правоугаоника?



13. Нека је  $a$  најмањи природан број такав да је  $NZD(50, a) = 10$ , а  $b$  највећи природан број такав да је  $NZS(b, 18) = 90$ , колико је  $a + b$ ?
14. Број  $x$  је троцифрени, а број  $x + 2$  четвороцифрени палиндром (исто се чита с лева на десно и здесна на лево). Колики је збир цифара броја  $x + 10$ ?
15. Следећи дијаграм треба допунити бројевима 1, 2, 3, 5 и 6, тако да збир свака два суседна броја буде већи од 5, а мањи од 9. Који број мора бити записан у пољу обојеном црвеном бојом?



16. Колико троуглова има на слици?



17. У једној улици живи неколико дечака који похађају исту школу и сви иду у бар по једну школску спортску секцију. На атлетику иде њих 10, на одбојку 11, а на шах 7. На тачно два спорта их иде 5, од чега на шах и одбојку 3, а на атлетику и шах ниједан. На сва три спорта иде 1 дечак. Колико је укупно дечака о којима је реч?
18. Квадар чија је дужина 4 cm, ширина 5 cm и висина 10 cm састављен је од коцкица чије су дужине ивица 1 cm. Квадар је споља обојен у црвено. Колико има коцкица чија ниједна страна није обојена црвеном бојом?

19. Када се Мики јутрос пробудио видео је на свом дигиталном часовнику да је написано 05 : 50 и закључио да се то време исто чита и са леве и са десне стране. За колико минута ће часовник опет показати време са тим својством?
20. На основу датих података одредити вредност непознатог збира.

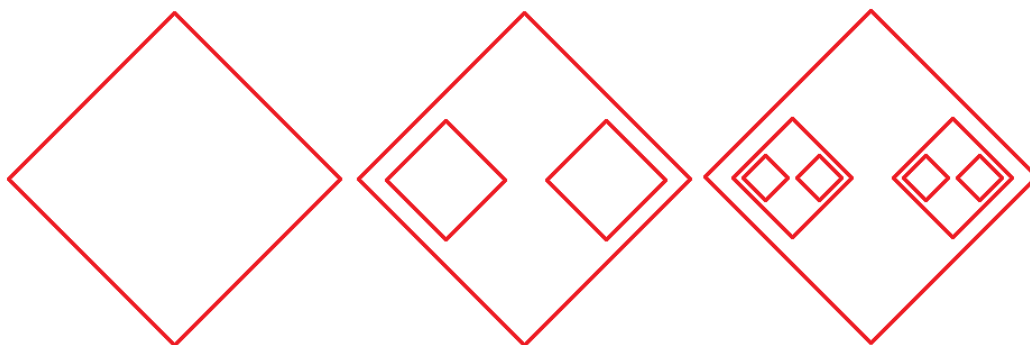
$$\begin{array}{r}
 \text{🍏} + \text{🍏} + \text{🍌} = 200 \\
 \text{🍌} + \text{🍌} = 220 \\
 \text{🍌} + \text{🍍} = 160 \\
 \hline
 \text{🍏} + \text{🍌} = ?
 \end{array}$$

21. Иван има 243 бомбоне, а Дамир 197. Ако Иван једе 4 бомбоне дневно, а Дамир 3, после колико дана ће њих двојица имати исти број бомбона?
22. Колико има подскупова уније скупова  $A = \{2, 3, 4\}$  и  $B = \{2, 4, 6, 8\}$  који немају више од два елемента?
23. У Периној кућној библиотеци има преко 50 романа и сви су у тврдом повезу браон боје. У њој су још две врсте књига - математичке, које су са корицама беле боје и књиге из којих учи програмирање. Све књиге из области програмирања, које имају више од 300 страна имају корице плаве боје. Дато је неколико реченица, међу којима тачно једна означава књигу која сигурно није у Периној библиотеци. Којим бројем је означена та реченица?
- (1) Књига са зеленим корицама.
  - (2) Књига са црним корицама која има 200 страна.
  - (3) Књига са сивим корицама.
  - (4) Књига са црвеним корицама која има 340 страна.
  - (5) Књига са жутиим корицама.
24. У сваком реду и свакој колони треба уписати различите бројеве од 1 до 4. Знаци неједнакости између појединих поља одређују однос бројева у њима. Колики је збир бројева које треба уписати у плаво означеним пољима?

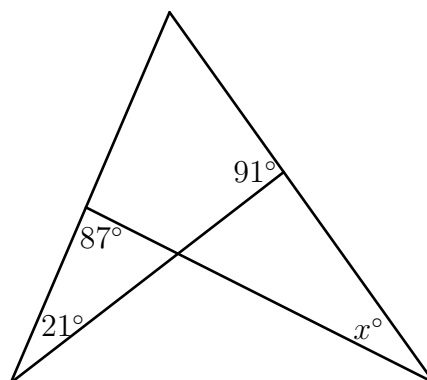
$$\begin{array}{cccc}
 \square & \square & < & \square & < & \square \\
 \square & \square & < & \square & & \square \\
 \square & \square & > & \square & & \square \\
 \square & \square & < & 2 & & \square
 \end{array}$$

25. Дата су три дрвена правоугаоника: први дужине 10 cm и ширине 2 cm, други дужине 10 cm и ширине 1 cm и трећи дужине 10 cm и ширине 3 cm. Од њих је сложен правоугаоник највећег могућег обима. Колики је тај обим?

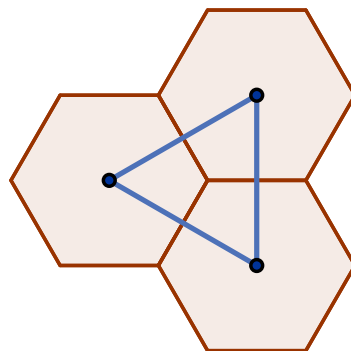
26. Колико цифара има најмањи природан број који је даљив са 36 и у чијем декадном запису се појављују само цифре 0 и 1?
27. Нека су  $a$  и  $b$  два троцифрена природна броја чији је највећи заједнички делилац једнак 18. Колики је највећи могући збир  $a + b$ ?
28. Колико цифара 0 садржи најмањи 2024-цифрени природан број који се записује само цифрама 0, 2 и 4 и који је дељив са 9?
29. Пре одласка на излет Ана је планирала да купи смоки, штапиће, кикирики, сок и чоколаду. Ако купи смоки, штапиће и кикирики треба да плати 250 динара, а ако купи кикирики, сок и чоколаду треба да плати 280 динара. Ана има 380 динара, а кикирики кошта 60 динара. Колико јој новца недостаје за куповину свих пет производа?
30. Колико троцифрених бројева дељивих са 3 може бити записано коришћењем цифара 0, 1, 2, 3, 6, највише по једном?
31. Колики је збир десет највећих негативних и једанаест најмањих позитивних целих бројева?
32. На слици су приказана прва три члана једног низа фигура. Колико квадрата има у осмој фигури у том низу?



33. Који број се добија када се 50 подели са  $\frac{1}{2}$  и од добијеног резултата одузме  $\frac{1}{2}$  броја  $-50$ ?
34. Дужине две странице троугла су 11 cm и 17 cm. Колика је највећа могућа целобројна дужина треће странице тог троугла (изражена у cm)?
35. Одреди  $x$  који одговара мери угла на слици, ако су дате мере појединих углова фигуре.



36. Кружна стаза око стадиона дугачка је 400 метара. Александар и Бобан кренули су да трче истовремено са исте позиције, али у супротним смеровима. Они су трчали једнаким брзинама и након што су истрчали по 10 кругова завршили су трчање на месту са кога су и почели. Колико пута су прошли један поред другог током овог трчања, не рачунајући почетак и завршетак трчања?
37. Колико има петоцифрених природних бројева дељивих са 5, којима су све цифре непарне?
38. Дати су бројеви:  $-2, -1, 0, 2, 4, 24$  и  $50$ . Колика је апсолутна вредност најмањег могућег производа нека три различита броја од тих бројева?
39. Ако је мера унутрашњег угла  $\angle BAC = 50^\circ$ , колика је мера мањег од углова које образују симетрала унутрашњег угла код темена  $B$  и симетрала спољашњег угла код темена  $C$ ?
40. Користећи цифре 1, 2, 3, 4, 5 и 6 по једном, направити шестоцифрени код, такав да је свака цифра, осим једне, већа од редног броја места у низу. (На пример, за код 631542 цифра 6 је на првом, а цифра 3 на другом месту у низу.)
41. Израчунати вредност израза  $\frac{30 \cdot 2^{2024}}{2^{2022} + 2^{2023} + 2^{2024} + 2^{2025}}$ .
42. Идући од места  $B$  на запад 5 километара, а онда на југ 12 километара, стиже се до места  $A$ , док се место  $C$  налази 22 километра северно од места  $B$ . Дрон полази из места  $A$ , пролази кроз место  $B$  и иде до места  $C$ , користећи најкраће ваздушне линије. Ако се дрон креће равномерном брзином од  $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ , колико минута траје његово путовање од места  $A$  до места  $C$ ?
43. Број 1685 је једнак збиру квадрата два проста броја. Одредити већи од тих простих бројева.
44. Нека је  $ABCD$  квадрат површине 80 и нека је  $ACEF$  квадрат конструисан над дијагоналом  $AC$ , тако да је тачка  $D$  у његовој унутрашњости. Колика је површина неконвексног петогла  $ADCEF$ ?
45. На шаховском турниру учествују екипе са по 4 играча, а у међусобном мечу две екипе сваки играч једне игра са свим играчима друге екипе по једну партију. Ако је на турниру играло укупно 6 екипа и сваке две екипе су играле међусобни меч, колико је укупно одиграно партија?
46. На слици је приказана фигура састављена од три правилна шестоугла. Ако је обим троугла одређеног средиштима тих шестоуглова једнак  $3\sqrt{3}$ , колики је обим дате фигуре?



47. Маша је током такмичарске каријере одиграла укупно 400 тениских мечева и забележила 49% победа. Колико још најмање мечева треба да одигра и да у њима победи да би имала 50% победа?

48. Колико ирационалних бројева има у низу

$$\sqrt{13}, \sqrt{15}, \sqrt{17}, \dots, \sqrt{213}?$$

49. Одредити најмањи природан број  $x$  за који број  $2^x \cdot 5^{50}$  има тачно 52 цифре.

50. Нека су  $x, y$  и  $z$  различити природни бројеви, већи од 1. Колика је најмања могућа целобројна вредност израза  $\sqrt{x\sqrt{y\sqrt{z}}}$ ?

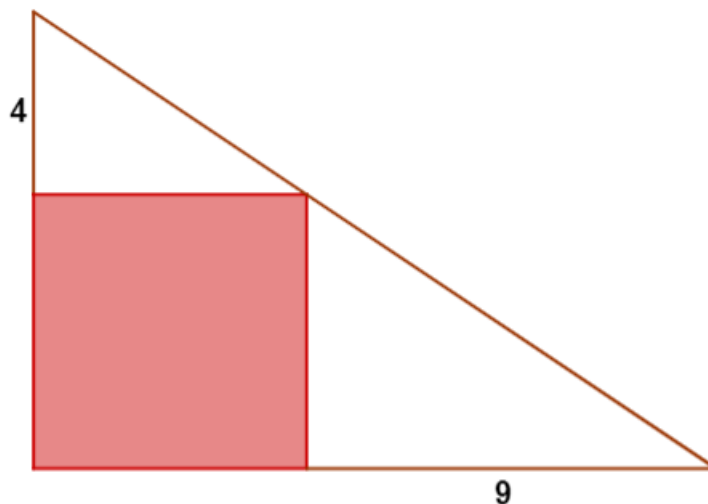
51. За колико природних бројева  $n$  важи да је  $13 \leq 2n - 3 < 81$ ?

52. Пера је на прва три теста из математике освојио просечно по 82 поена. Колико поена треба да освоји на четвртом тесту да би просечан број његових освојених поена био једнак 85?

53. Дат је квадар чија је запремина једнака  $20 \text{ cm}^3$ . Колика је запремина квадра чије су дужина и ширина два пута дуже од дужине и ширине, а висина пет пута краћа од висине датог квадра?

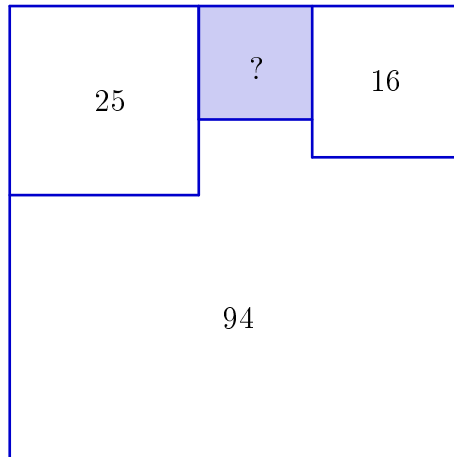
54. На два различитим паралелним правама дато је по 5 тачака. Колико троуглова одређују те тачке?

55. Дати правоугли троугао подељен је на црвени квадрат и два мања правоугла троугла, за које су познате дужине по једне катете, као на слици. Одредити површину квадрата.



56. Колико има петоцифрених природних бројева који садрже цифре 1 или 2 или обе?

57. На слици је приказан квадрат који је подељен на три квадрата и један неконвексан многоугао. У три фигуре су уписани мерни бројеви њихових површина. Одредити мерни број површине осенченог квадрата.



58. Природан број има тачно 17 природних делилаца. Колико природних делилаца има квадрат тог броја?
59. Сваки од  $x$  чланова једног еколошког удружења у акцији чишћења сакупио је бар по једну кесу отпада. Највише од свих, 9 кеса, сакупио је Давид. Колика је најмања могућа вредност броја  $x$  за коју се са сигурношћу може тврдити да постоји бар шест чланова тог удружења који су сакупили једнак број кеса отпада?
60. Нека су  $x$  и  $y$  природни бројеви такви да је  $x^{2y} = 5^{2024}$ . Колика је најмања могућа вредност израза  $y^x$ ?