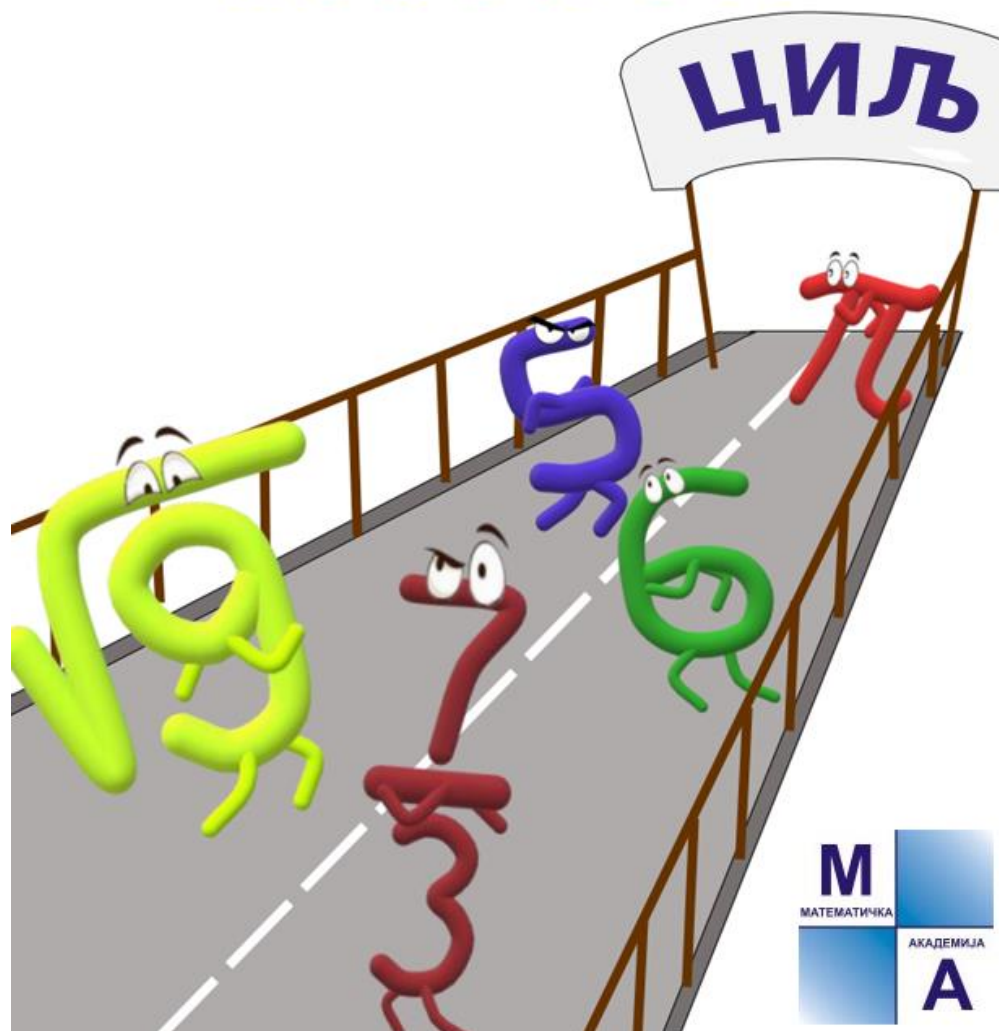


# МАТЕМАТИЧКИ МАРАТОН



2023.

# МАТЕМАТИЧКИ МАРАТОН

Математички маратон је такмичење из математике намењено ученицима од петог до осмог разреда основних школа који воле математику и изазове решавања занимљивих проблема. Такмичари решавају највише 60 задатака током једног дана, а по разредима који похађају:

- 5. разред од 1. до 30. задатка
- 6. разред од 1. до 40. задатка
- 7. разред од 1. до 50. задатка
- 8. разред од 1. до 60. задатка

Решење сваког задатка пише се у форми једног природног броја.

За сваког такмичара бодује се најдужи низ узастопних тачних задатака, па се на основу тога креира ранг листа. Следећи критеријум (у случају деобе места) је укупан број тачно решених задатака.

По 10 најуспешнијих такмичара сваког разреда пласираће се у финале Математичког маратона.

## ЗАДАЦИ

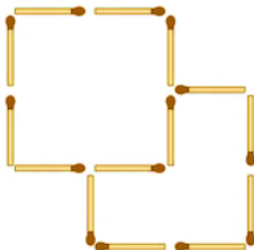
1. Колико је  $(2024 - 2023 + 2022) : 2023$  ?
2. Ако је  $x$  најмањи природан број такав да је  $10 \cdot 12 \cdot 15 \cdot x = 20 \cdot 30 \cdot y$ , одредити број  $y$ .
3. Колико се различитих вредности израза може добити уметањем једног пара заграда у израз  $1 + 2 \cdot 3 + 4$ ?
4. Одредити број који треба да стоји уместо знака питања.

$$\text{🍋} + \text{🍏} + \text{🍊} = 15$$

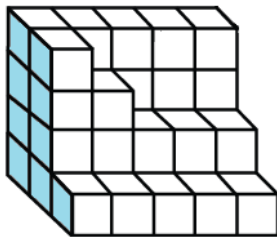
$$\text{🍌} + \text{🍒} = 12$$

$$\text{🍊} + \text{🍋} + \text{🍏} + \text{🍒} + \text{🍌} = ?$$

5. Колико најмање палидрваца треба додати тако да на слици буде тачно шест квадрата?

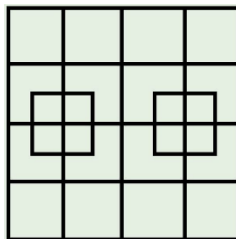


6. Колико коцкица садржи фигура као на слици?

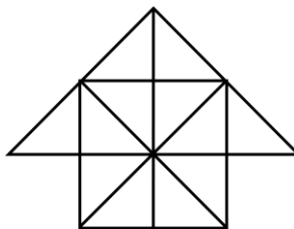


7. Колико има природних бројева  $n$  таквих да број  $2n$  има две, а број  $3n$  три цифре?

8. Колико квадрата има на слици?



9. Колико троуглова има на слици?



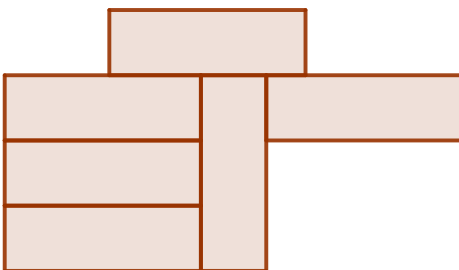
10. Који је најмањи прост број који није делилац броја 510510?

11. Производ цифара деветоцифреног природног броја једнак је 70. Колики је збир цифара тог броја?

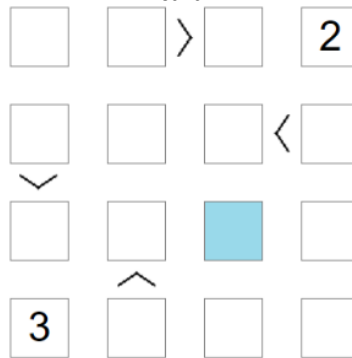
12. Стеван сваког дана прелази пут од куће до школе који је дужи од 400, а краћи од 550 метара. Ако је мерни број дужине тог пута дељив са 7 и 9, а није дељив са 49, који је то број?

13. Колико парова природних бројева  $x$  и  $y$  задовољава једначину  $x + 4y = 40$ ?

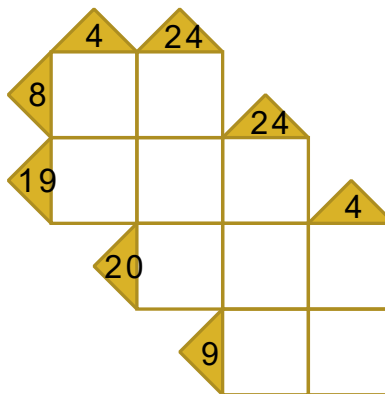
14. Ако је обим сваког од шест подударних правоугаоника на слици једнак 120, колики је обим целе фигуре?



15. Нека је  $n$  деветоцифрен природан број са различитим цифрама из скупа  $\{1,2,3,\dots,9\}$ , који има својство да су му првих пет цифара у растућем, а последњих пет цифара у опадајућем, поретку. Која је најмања цифра која може да буде пета цифра тог броја?
16. Три већа штапа ваниле, дужина 128 cm, 112 cm и 80 cm треба исећи на једнаке делове највеће могуће дужине, ради паковања у кесице у којима стаје по четири штапића. Колико се таквих кесица може попунити?
17. За победу над противником у једној партији (нема нерешених исхода) играч добија поен. Победник меча је онај играч који први сакупи 3 поена. На турниру учествује 64 играча. У свакој рунди турнира се формирају парови и онај играч који победи у мечу наставља такмичење, док онај који изгуби завршава учешће. Колико се највише партија може одиграти на турниру до добијања победника?
18. У сваком реду и колони бројевне шеме треба да буду уписани сви природни бројеви од 1 до 4. Знаци неједнакости постављени између појединих суседних поља одређују однос између бројева у тим пољима. Који број треба да стоји у означеном пољу?

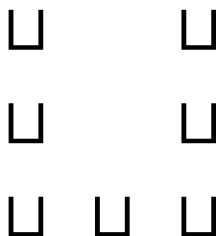


19. Поља дате математичке укрштенице (КАКУРО) треба попунити једноцифреним природним бројевима тако да у сваком реду и колони буду различити бројеви и да број на почетку реда или колоне (у обојеном пољу) означава збир записаних бројева у том реду. Колики је збир свих 10 бројева које треба уписати у празна поља те укрштенице?



20. Од 343 исте мање коцкице направљена је коцка димензија  $7 \times 7 \times 7$  и обојена је плавом бојом. Нека је  $a$  број мањих коцкица којима је обојена тачно једна страна, а  $b$  број мањих коцкица којима није обојена ниједна страна. Колико је  $a - b$ ?

21. Који је најмањи прост број који се може представити као збир четири различита сложена броја?
22. Нека је  $\overline{abcde}$  петоцифрен природан број са различитим цифрама из скупа  $\{1, 2, 3, 5, 9\}$ . Ако  $15 \mid \overline{abc}$ ,  $3 \mid \overline{bcd}$  и  $4 \mid \overline{cde}$ , колико је  $a + c + d$ ?
23. Колико има природних бројева  $n$  за које је  $\frac{3}{4} < \frac{n-3}{5} < \frac{3}{2}$ ?
24. Дати су скупови  $A = \{x \mid x = a + b, \frac{a}{b} = \frac{1}{3}, a, b \in \mathbb{N}\}$  и  $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 100\}$ . Колико елемената има скуп  $A \cap B$ ?
25. Колико има разломака са једноцифреним имениоцем, који су већи од  $\frac{3}{4}$ , а мањи од  $\frac{9}{10}$ ?
26. Производ три природна броја једнак је 72. Колики је најмањи могући збир таквих бројева?
27. Нека је  $n$  природан број који при дељењу са 2, 3 и 5 даје остатак 1. Колико има таквих бројева мањих од 1000?
28. У празна поља шеме треба уписати седам различитих бројева из скупа  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  тако да зборови по три уписана броја у два вертикална реда буду једнаки 15, а збир три броја у хоризонталном реду једнак 20. Који од бројева из датог скупа није искоришћен?



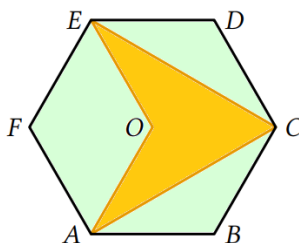
29. Колико има природних бројева не већих од 600, који нису дељиви ни са 4 ни са 6?
30. Природни бројеви од 1 до 560 распоређени су у 70 скупова на следећи начин:  
 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}, \{9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16\},$   
 $\{17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24\}, \{25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32\}$   
 $\vdots$   
 $\{545, 546, 547, 548, 549, 550, 551, 552\}, \{553, 554, 555, 556, 557, 558, 559, 560\}.$   
 Колико од тих скупова садржи по два броја дељива са 7?

31. Колико оса симетрије имају следећа три саобраћајна знака заједно?



32. Ако је аритметичка средина три различита природна броја једнака 50, колика је највећа могућа разлика два од тих бројева?
33. Збир 53 узастопна цела броја једнак је 0. Колики је збир њихових апсолутних вредности?

34. Који је најмањи природан број  $n$  за који је збир  $1 + 2 + 3 + \dots + n$  већи од 2023?
35. Нека је  $A$  скуп свих целих бројева  $x$  за које је  $|x| + |2x| \leq 6$ . Колико елемената има скуп  $A$ ?
36. У троуглу  $ABC$  унутрашњи угао код темена  $A$  има меру  $33^\circ$ , а спољашњи угао код темена  $B$  има меру  $84^\circ$ . Симетрале унутрашњих углова  $AD, BE$  и  $CF$  секу се у тачки  $O$ . Одредити меру угла  $AOF$ .
37. Уместо сваке звездице треба ставити по једну цифру тако да се добије тачна једнакост  $\overline{0,9*} \cdot \overline{4,*} = \overline{3,*} \cdot \overline{9}$ . На колико начина се то може урадити?
38. Колико има неподударних једнакокраких троуглова чији обим није већи од 10, а све странице имају целобројне дужине?
39. Колико има петоцифрених природних бројева који се исто читају слева на десно и здесна на лево и дељивих са 45?
40. Колико има различитих збирова  $291 \cdot \overline{28ab} + 142 \cdot \overline{51cd}$  који су дељиви са 6887? ( $a, b, c, d$  су не обавезно различите цифре)
41. На страници  $AB$  ромба  $ABCD$  дата је тачка  $E$  таква да је  $DE \perp AB$ ,  $AE = 5$  и  $EB = 8$ . Израчунати површину ромба.
42. Колико различитих реалних решења има једначина  $(x^2 - 13)^2 = 144$ ?
43. Тачка  $O$  пресек је пресек дијагонала правилног шестоугла  $ABCDEF$ . Ако је површина четвороугла  $ACEO$  (видети слику)  $n$  пута мања од површине шестугла  $ABCDEF$ , одредити број  $n$ .



44. Колико је  $x$  ако је  $\frac{88\%}{11\%} = x\%$ ?
45. Колико има неподударних једнакокраких трапеза чије су све странице целобројне дужине, а обим је 15?
46. Милица, Маша и Надежда треба да поделе 18 истих кликера тако да свака од њих добије бар по 5 кликера. На колико начина оне то могу урадити?
47. Одредити природан број  $x$  за који је  $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}} = 128$ .
48. Колико се пута цифра 0 појављује у декадном запису броја  $4^7 \cdot 5^{15} \cdot 21$ ?

